

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет



Р.А. Бостанов

2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Краевые задачи и вариационное исчисление**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

***01.03.02 Прикладная математика и информатика***

*(шифр, название направления)*

Направленность (профиль) подготовки

***Общий профиль: прикладная математика и информатика***

Квалификация выпускника

***бакалавр***

Форма обучения

***Очная***

Год начала подготовки - **2020**

Карачаевск, 2023

Программу составил(а): *канд. пед. наук, доцент Батчаева П. А.-Ю.*

Рецензент: *канд. пед. наук, доцент Гербеков Х. А.*

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, направленность (профиль): «Общий профиль: прикладная математика и информатика»; локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры:  
алгебры и геометрии

Протокол № 10 от 30.06.2023 г.

Заведующий кафедрой



Гербеков Х.А.

## Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	6
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	6
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	7
6. Образовательные технологии.....	10
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	12
7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	12
7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	15
7.2.1. Типовые задания к контрольным работам:.....	15
7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации.....	16
7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов.....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
7.3. Балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся.....	20
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля). Информационное обеспечение образовательного процесса.....	21
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	23
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля).....	25
10.1. Общесистемные требования.....	25
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	26
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.....	28
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	28
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	28
12. Лист регистрации изменений.....	30

## 1. Наименование дисциплины (модуля)

### КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

**Целью** изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний в области краевых задач и методов их решения, а также в области вариационного исчисления и его методов; знакомство с методами исследования математических моделей различных процессов и явлений естествознания, изучение основных методов решения возникающих при этом краевых задач и метод вариации в задачах с неподвижными и подвижными границами и их решение, выяснение физического смысла полученного решения.

**Для достижения цели ставятся задачи:**

- получить навыки построения математических моделей простейших физических явлений и решения – аналитического и численного- получающихся при этом математических задач;
- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения решать типовые задачи основных разделов дисциплины
- получить необходимые знания из области краевых задач и вариационного исчисления для дальнейшей исследовательской деятельности, самостоятельного освоения научно-технической информации.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ПООП/ ОП	Индикаторы достижения компетенций	Декомпозиция компетенций (результаты обучения) в соответствии с установленными индикаторами
ПК-1.	Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК.Б-1.1. Собирает и обрабатывает статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для построения математических моделей и расчетов	<b>Знать:</b> современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления
		ПК.Б-1.2. Использует методы прикладной математики и информатики для решения научно-исследовательских и прикладных задач	<b>Уметь:</b> собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований
		ПК.Б-1.3. Имеет профильные знания и практические навыки для координирования научных исследований по выбранному направлению	<b>Владеть:</b> навыками координирования научных исследований по данному направлению

ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК.Б-2.1. Имеет целостное представление об основных понятиях дисциплины, ее методах и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата.	<p><b>Знать:</b> методы решения краевых задач и вариационного исчисления.</p> <p><b>Уметь:</b> выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.</p> <p><b>Владеть:</b> различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач, основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления, математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>
		ПК.Б-2.2. Владеет инструментарием функционально-логической концепции математики для идеализации системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений	
		ПК.Б-2.3. Применяет и совершенствует современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики	

### 3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к Блоку 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 4 курсе в 8 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП	
Индекс	Б1.В.11
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по элементарной математике в объёме программы средней школы, а также по математическому анализу, дифференциальным уравнениям, линейной алгебре, функциональному анализу.	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Изучение дисциплины необходимо для успешного освоения дисциплин Профессионального цикла и практик, формирующих компетенции ПК-1, ПК-2	

### 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часов.

Объем дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной формы
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	144	
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) *</b>		
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	52	
в том числе:		
лекции	26	
семинары, практические занятия	26	
практикумы		
лабораторные работы		
<b>Внеаудиторная работа:</b>		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	56	
<b>Контроль самостоятельной работы</b>	36	
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)</b>	экзамен	

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Для очной формы

п/п	Курс/ семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудо- емкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоёмкость (в часах)			Пла- ни- руе- мые ре- зуль- таты обуче- ния	Фор- мы теку- щего конт- роля	
				всего	Аудиторные уч. занятия				Сам. работа
					Лек.	Пр			
<b>Раздел 1. Некоторые сведения из теории дифференциальных уравнений</b>			<b>12</b>	<b>2</b>		<b>4</b>	<b>6</b>		
1	4/8	Уравнение Гельмгольца. Разделение переменных уравнения в декартовой системе координат. Разделение переменных уравнения в полярной системе координат. Разделение переменных уравнения в параболической системе координат.	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
2	4/8	Уравнение Гельмгольца Разделение переменных уравнения в эллиптической системе координат. Разделение переменных уравнения в цилиндрической системе координат. Разделение переменных уравнения в сферической системе координат.	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
3	4/8	Линейные уравнения второго порядка. Решение диф. уравнений 2-го порядка с переменными коэффициентами. Примеры.	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
<b>Раздел 2. Краевые задачи. Функция Грина</b>			<b>30</b>	<b>8</b>		<b>10</b>	<b>22</b>		
4	4/8	Основные понятия и теоремы. Понятие краевой задачи. Линейный случай. Функция Грина и ее построение.	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
5	4/8	Исследование нелинейной краевой задачи. Теорема об однозначной разрешимости нелинейной краевой задачи. Теорема о разрешимости нелинейной краевой задачи.	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос

6	4/8	Применение теорем Фредгольма. Для решения краевых задач Пример применения теорем Фредгольма.	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
7	4/8	Условия разрешимости краевых задач Примеры	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
8	4/8	Построение функции Грина для задач второго порядка	4				2	ПК-1, ПК-2	Оценка решения задач на занятии и проверка домашних заданий
9	4/8	Построение функции Грина для задач более высокого порядка	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Оценка решения задач на занятии и проверка домашних заданий
10	4/8	Обобщенная функция Грина. Алгоритм нахождения обобщенной функции Грина для самосопряженного оператора.	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
11	4/8	Краевые задачи Штурма - Лиувилля Источник задач Штурма - Лиувилля. Краевая задача Штурма - Лиувилля в операторных терминах.	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
12	4/8	Свойства собственных чисел и собственных функций задачи Штурма - Лиувилля Исследование уравнения свободных колебаний струны	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
13	4/8	Периодические решения. Периодическая краевая задача. Линейная задача о периодических решениях Нелинейная задача о периодических решениях	4				2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
14	4/8	Приближенные методы решения краевых задач. Методы стрельбы. Сеточные методы. Проекционные методы	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
<b>Раздел 3. Достаточные условия экстремума. Элементы вариационного исчисления</b>			<b>18</b>	<b>6</b>		<b>4</b>	<b>8</b>		
15	4/8	Основные понятия вариационного исчисления Постановка некоторых вариационных задач Понятие функционала. Линейный Функционал	2	2				ПК-1, ПК-2	Устный опрос



16	4/8	Непрерывность функционала. Метрики в пространстве функций Определение непрерывности функционала	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
17	4/8	Первая вариация функционала. Экстремум функционала. Вариация функционала Экстремум функционала Необходимое условие экстремума	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
18	4/8	Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера Постановка задачи Уравнение Эйлера	2				2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
19	4/8	Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера F не зависит от $y'$ 2. F линейно зависит от $y'$ 3. F зависит только от $y'$ 4. F не зависит от $y$ 5. F не зависит явно от $x$	2	2				ПК-1, ПК-2	Устный опрос
20	4/8	Алгоритм решения ПЗВИ на минимум Пример применения алгоритма Вопросы	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
<b>Раздел 4. Элементы вариационного исчисления</b>			<b>32</b>	<b>8</b>		<b>8</b>	<b>16</b>		
21	4/8	Задача Больца. Постановка задачи. Алгоритм решения задачи. Пример решения задачи.	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
22	4/8	Решение некоторых задач вариационного исчисления. Задача о наименьшей поверхности вращения Задача о брахистохроне Геометрическая оптика	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
23	4/8	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления Функционалы, зависящие от производных высших порядков. Функционалы, зависящие от нескольких функций	2				2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
24	4/8	Условный экстремум функционала. Некоторые связи функций функционала Изопериметрические задачи. Определение. Примеры.	2	2				ПК-1, ПК-2	Устный опрос
25	4/8	Некоторые изопериметрические задачи. Задача о цепной линии Задача Дидоны	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
26	4/8	Алгоритм решения	2	2				ПК-1,	Устный

		изопериметрической задачи. Постановка задачи. Алгоритм решения задачи.						ПК-2	опрос
27	4/8	Задача со старшими производными. Постановка задачи. Алгоритм решения задачи.	2				2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
28	4/8	Задача с подвижными концами. Постановка задачи. Алгоритм решения задачи.	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
29	4/8	Необходимые условия 1-го порядка в ПЗВИ со свободным правым концом	4	2			2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
40	4/8	Задача Лагранжа. Постановка задачи. Алгоритм решения задачи.	2				2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
<b>Раздел 5. Введение в теорию разрывных задач ВИ</b>			<b>6</b>	<b>2</b>			<b>4</b>		
41	4/8	Основные определения и понятия	2	2				ПК-1, ПК-2	Устный опрос
42	4/8	Допустимый класс кривых	4			2	2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
46	4/8	Допустимый класс функций. Вариационный функционал	2				2	ПК-1, ПК-2	Устный опрос
<b>Контроль самостоятельной работы</b>			<b>36</b>						
<b>ВСЕГО</b>			<b>144</b>	<b>26</b>		<b>26</b>	<b>56</b>		

## 6. Образовательные технологии

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

**Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.**

Практические занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, анализа ситуации и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

### **1. Обсуждение в группах.**

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5... 10 ошибок);

- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);

- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

### **2. Публичная презентация проекта**

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

### **3. Дискуссия**

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

**7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

Уровни сформированности компетенций	Индикаторы	Качественные критерии оценивания			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов
<b>ПК-1</b>					
Базовый	<b>Знать:</b> современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления	Не знает современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления	В целом знает: современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления	Знает современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления	
	<b>Уметь:</b> собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований	Не умеет собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований	В основном умеет собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований	Умеет собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований	
	<b>Владеть:</b> навыками координирования научных исследований по данному направлению	Не владеет навыками координирования научных исследований по данному направлению	В целом владеет навыками координирования научных исследований по данному направлению	Владеет: навыками координирования научных исследований по данному направлению	
Повышенный	<b>Знать:</b> современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления				В полном объеме знает современный математический аппарат краевых задач и вариационного исчисления
	<b>Уметь:</b> собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований				Умеет быстро и точно собирать и обрабатывать и применять материал, необходимый для данных научных исследований

	<b>Владеть:</b> навыками координирования научных исследований по данному направлению				Хорошо владеет: навыками координирования научных исследований по данному направлению
<b>ПК-2</b>					
Базовый	<b>Знать:</b> методы решения краевых задач и вариационного исчисления	Не знает методы решения краевых задач и вариационного исчисления	В основном знает методы решения краевых задач и вариационного исчисления	Знает методы решения краевых задач и вариационного исчисления	
	<b>Уметь:</b> выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.	Не умеет выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.	В целом умеет выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.	Умеет выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.	
	<b>Владеть:</b> различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач, основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления,	Не владеет различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач, основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления,	В целом владеет различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач, основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления,	Владеет различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач, основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления,	

	<p>математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме;</p> <p>навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>	<p>математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме;</p> <p>навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>	<p>математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме;</p> <p>навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>	<p>математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме;</p> <p>навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>	
Повышенный	<p><b>Знать:</b> методы решения краевых задач и вариационного исчисления</p>				<p>Знает в полном объеме методы решения краевых задач и вариационного исчисления</p>
	<p><b>Уметь:</b> выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.</p>				<p>Четко умеет выбирать оптимальный метод решения краевых задач, решать краевые задачи, применять краевые задачи и их решения для решения некоторых прикладных задач.</p>
	<p><b>Владеть:</b> различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач,</p>				<p>Отлично владеет различными методами решения краевых задач, навыками применения методов вариационного исчисления для решения некоторых прикладных задач,</p>

	<p>основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления, математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>				<p>основными терминами, понятиями, определениями теории краевых задач и вариационного исчисления, математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; навыками записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.</p>
--	--	--	--	--	--

**7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины**

**7.2.1. Типовые задания к контрольным работам:**

**Критерии оценивания:**

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**ВАРИАНТ № 1**

1. Исследовать на экстремум функционал

$$v[y(x)] = \int (y^2 + 2xyy') dx, \quad y(x_0) = y_0, \quad y(x_1) = y_1.$$

2. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [(y'')^2 - 2(y')^2 + y^2 - 2y \sin x] dx.$$

3. Найти экстремали изопериметрической задачи  $v[y(x)] = \int_0^1 ((y')^2 + x^2) dx$  при условии

$$\int_0^1 y^2 dx = 2, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

4. Найти приближенное решение задачи об экстремуме функционала.

$$v[y(x)] = \int_0^1 (x^3 (y'')^2 + 100xy^2 - 20xy) dx, \quad y(1) = y'(1) = 0.$$

### ВАРИАНТ № 2

1. Исследовать на экстремум функционал

$$v[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2.$$

2. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [(y''')^2 + y^2 - 2yx^3] dx.$$

3. Найти экстремали изопериметрической задачи  $v[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} (y')^2 dx$  при условии

$$\int_{x_1}^{x_2} y dx = a, \quad \text{где } a \text{ – постоянная.}$$

4. Найти приближенное решение задачи о минимуме функционала

$$v[y(x)] = \int_0^1 ((y')^2 - y^2 - 2xy) dx, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

### 7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации

(зачет в 7 семестре, экзамен в 8-м семестре)

1. Краевые задачи.
2. Функция Грина краевой задачи.
3. Собственные значения краевой задачи.
4. Предмет вариационного исчисления. Вариация и ее свойства.
5. Необходимое условие экстремума функционала.
6. Простейшая задача вариационного исчисления с неподвижными границами. Уравнение Эйлера. Экстремали.
7. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
8. Задача о наименьшей площади поверхности вращения.
9. Задача о брахистохроне.
10. Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка.
11. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных.
12. Простейшая задача с подвижными границами. Условие трансверсальности.
13. Экстремали с угловыми точками. Задача об отражении экстремалей.
14. Экстремали с угловыми точками. Задача о преломлении экстремалей.
15. Односторонние вариации.



16. Вариационные задачи на условный экстремум. Геометрические связи.
17. Вариационные задачи на условный экстремум. Кинематические связи.
18. Изопериметрические задачи.
19. Достаточные условия экстремума. Поле экстремалей.
20. Условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей. Уравнение Якоби.
21. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия существования слабого и сильного экстремума.
22. Условия Лежандра существования слабого и сильного экстремума.
23. Преобразование уравнений Эйлера к каноническому виду. Уравнения Гамильтона-Якоби.
24. Задача оптимального управления и ее связь с вариационной задачей.
25. Принцип максимума Понтрягина.
26. Задача о быстродействии.
27. Задача о подъеме ракеты на максимальную высоту.

### **Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине**

✓ 5 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 4 - балла - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 3 балла – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 2 балла – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

### **Образцы задач к билетам**

1. Найти норму элемента  $y(x)$  в пространстве  $C[a,b]$  и  $C^1[a,b]$  соответственно

$$y(x) = \frac{\sin(n^2 x)}{n}, \quad n = 1, 2, 10, 100, \quad x \in [0, \pi].$$

2. Для функционала

$$V[y(x)] = \int_0^1 xy^2 y' dx$$

положить  $y(x) = x^2$ ,  $\delta y(x) = x - 2$  и сравнить  $\delta V$  с  $\Delta V$ .

3. Найти экстремали функционала, содержащего старшие производные:

$$V[y(x)] = \frac{1}{2} \int_0^1 (y'')^2 dx, \quad y(0) = y(1) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'(1) = 1.$$

4. Найти экстремали функционала, зависящего от нескольких функций

$$V[y_1(x), y_2(x)] = \int_0^3 \sqrt{1 + (y_1')^2 + (y_2')^2} dx,$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = -2, \quad y_1(3) = 7, \quad y_2(3) = 1.$$

5. Найти экстремали функционала в задаче с подвижными границами

$$V[y(x)] = \int_0^{x_1} (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(x_1) = -x_1 - 1.$$

6. Найти функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , на которых может достигаться экстремум функционала  $V[y(x)]$  в задаче Лагранжа

$$V[y_1(x), y_2(x)] = \int_0^{\pi/2} [y_1^2 + y_2^2 - (y_1')^2 - (y_2')^2 + \cos x] dx,$$

$$y_1(0) = y_2(0) = y_1(\pi/2) = 1, \quad y_2(\pi/2) = -1, \quad y_1 - y_2 - \sin x = 0.$$

7. Найти функции, на которых может достигаться экстремум функционала в изопериметрической задаче

$$V[y] = \int_0^1 (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad \int_0^1 xy dx = 0.$$

8. Проверить выполнение условия Лежандра для экстремали функционала

$$V[y(x)] = \int_0^a [6(y')^2 - (y')^4] dx,$$

проходящей через точки  $y(0) = 0$ ,  $y(a) = b$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

9. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y(x)] = \int_0^1 e^x [y^2 + \frac{1}{2}(y')^2] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = e.$$

10. Найти методом Ритца приближенное решение задачи об экстремуме функционала:

$$V[y(x)] = \int_0^1 [(y')^2 + y^2 + xy] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0, \quad n = 2.$$

### 7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов

#### Задание №1 (ПК-1, ПК-2)

Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля, отвечающие различным собственным значениям:

- **линейно независимы,**
- линейно зависимы;
- являются нулевыми.

#### Задание №2 (ПК-1, ПК-2)

Функция  $x(t)$ , удовлетворяющая условию:  $x(t_0) = x(t_0 + T)$  является:

- **T-периодической,**
- постоянной,
- линейной.

#### Задание №3 (ПК-1, ПК-2)

Метод прогонки решения краевых задач является модификацией

- **метода Гаусса решения СЛУ;**
- метода разложения приближенного решения краевых задач
- метода Ньютона решения систем нелинейных алгебраических уравнений

#### Задание №4 (ПК-1, ПК-2)

Определите верные утверждения

- **Из дифференцируемости функции в точке по Фреше следует ее дифференцируемость в этой точке по направлению,**
- Из дифференцируемости функции в точке по направлению следует ее непрерывность в этой точке,
- Из дифференцируемости функции в точке по направлению следует ее дифференцируемость в этой точке по Фреше,
- **Из дифференцируемости функции в точке по Фреше следует непрерывность в этой точке.**

#### Задание №5 (ПК-1, ПК-2)

Определите к какому случаю интегрируемости уравнения Эйлера относятся задачи:

- задача о брахистохроне –  $F(y, y')$
- задача о длине кривой, соединяющей две точки на плоскости –  $F(y, y')$
- задача о наименьшей поверхности вращения -  $F(y, y')$

#### Задание №6 (ПК-1, ПК-2)

С какого шага начинается алгоритм нахождения условного экстремума функционала?

- **с построения функции Лагранжа,**
- с составления уравнения Эйлера,
- с нахождения безусловного экстремума функционала.

#### Задание №7 (ПК-1, ПК-2)

В изопериметрической задаче множители Лагранжа являются ... .

**Ответ - постоянными;**

#### Задание №8 (ПК-1, ПК-2)

Для ... концов отрезка интегрирования выписываются условия стационарности.

**Ответ - для подвижных.**

#### Задание №9 (ПК-1, ПК-2)

Условие ... является необходимым для существования экстремума первого порядка.

**Ответ- условие Эйлера.**

### **Критерии оценки тестового материала по дисциплине**

✓ 5 баллов - выставляется студенту, если выполнены все задания варианта, продемонстрировано знание фактического материала (базовых понятий, алгоритма, факта).

✓ 4 балла - работа выполнена вполне квалифицированно в необходимом объеме; имеются незначительные методические недочёты и дидактические ошибки. Продемонстрировано умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; понятен творческий уровень и аргументация собственной точки зрения

✓ 3 балла – продемонстрировано умение синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей в рамках определенного раздела дисциплины;

✓ 2 балла - работа выполнена на неудовлетворительном уровне; не в полном объеме, требует доработки и исправлений и исправлений более чем половины объема.

### **7.3. Балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся**

Согласно Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся баллы выставляются в соответствующих графах журнала (см. «Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы») в следующем порядке:

«Посещение» - 2 балла за присутствие на занятии без замечаний со стороны преподавателя; 1 балл за опоздание или иное незначительное нарушение дисциплины; 0 баллов за пропуск одного занятия (вне зависимости от уважительности пропуска) или опоздание более чем на 15 минут или иное нарушение дисциплины.

«Активность» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем за демонстрацию студентом знаний во время занятия письменно или устно, за подготовку домашнего задания, участие в дискуссии на заданную тему и т.д., то есть за работу на занятии. При этом преподаватель должен опросить не менее 25% из числа студентов, присутствующих на практическом занятии.

«Контрольная работа» или «тестирование» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем по результатам контрольной работы или тестирования группы, проведенных во внеаудиторное время. Предполагается, что преподаватель по согласованию с деканатом проводит подобные мероприятия по выявлению остаточных знаний студентов не реже одного раза на каждые 36 часов аудиторного времени.

«Отработка» - от 0 до 2 баллов выставляется за отработку каждого пропущенного лекционного занятия и от 0 до 4 баллов может быть поставлено преподавателем за отработку студентом пропуска одного практического занятия или практикума. За один раз можно отработать не более шести пропусков (т.е., студенту выставляется не более 18 баллов, если все пропущенные шесть занятий являлись практическими) вне зависимости от уважительности пропусков занятий.

«Пропуски в часах всего» - количество пропущенных занятий за отчетный период умножается на два (1 занятие=2 часам) (заполняется делопроизводителем деканата).

«Пропуски по неуважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Поуски по уважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Корректировка баллов за пропуски» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Итого баллов за отчетный период» - сумма всех выставленных баллов за данный период (графа заполняется делопроизводителем деканата).

**Таблица перевода балльно-рейтинговых показателей в отметки традиционной системы оценивания**

Соотношение часов лекционных и практических занятий	0/2	1/3	1/2	2/3	1/1	3/2	2/1	3/1	2/0	Соответствие отметки коэффициенту
Коэффициент соответствия балльных показателей традиционной отметке	1,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	«зачтено»
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	«удовлетворительно»
	2	1,75	1,65	1,6	1,5	1,4	1,35	1,25	-	«хорошо»
	3	2,5	2,3	2,2	2	1,8	1,7	1,5	-	«отлично»

Необходимое количество баллов для выставления отметок («зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично») определяется произведением реально проведенных аудиторных часов (n) за отчетный период на коэффициент соответствия в зависимости от соотношения часов лекционных и практических занятий согласно приведенной таблице.

«Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы» заполняется преподавателем на каждом занятии.

В случае болезни или другой уважительной причины отсутствия студента на занятиях, ему предоставляется право отработать занятия по индивидуальному графику.

Студенту, набравшему количество баллов менее определенного порогового уровня, выставляется оценка "неудовлетворительно" или "не зачтено". Порядок ликвидации задолженностей и прохождения дальнейшего обучения регулируется на основе действующего законодательства РФ и локальных актов КЧГУ.

Текущий контроль по лекционному материалу проводит лектор, по практическим занятиям – преподаватель, проводивший эти занятия. Контроль может проводиться и совместно.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля). Информационное обеспечение образовательного процесса

### 8.1. Основная литература

1	Алексеев В.М	Оптимальное управление	М.: Физматлит, 2005
2.	Андреева Е.А..	Вариационное исчисление и методы оптимизации	М.: Высшая школа, 2006 - 583 с.
3.	Васильева А.Б.	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах.	М.: Физматлит, 2003. - 432 с.
4.	Зеленский К.Х., Игнатенко В.Н., Коц А.П.	Компьютерные методы прикладной математики	Киев: Дизайн В, 1999
5	Краснов М.Л.	Вариационное исчисление: задачи и упражнения: учебное пособие для втузов.	М.: Наука, 1973. - 190 с.

6	Краснов М.Л.	Вариационное исчисление. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для втузов.	М.: Едиториал УРСС, 2002. - 166 с.
7.	Кузнецов Ю.А., Семенов А.И.	Избранные главы вариационного исчисления.	Электронное учебно - методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский Государственный Университет
8	Пантелеев А.В.	Вариационное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие.	М.: Изд-во МАИ. 2000 -228 с.
9.	Пантелеев А.В.	Методы оптимизации в примерах и задачах: Учебное пособие. 2-е изд., исправленное.	М.: Высшая школа, 2005. - 544 с.
10	Самарский А.А.	Теория разностных схем	М.: Наука, 1989
11	Цлаф Л.Я.	Вариационное исчисление и интегральные уравнения: справочное руководство. - 3-е изд., стереотипное	СПб.: Лань, 2005. - 192 с.
12	Эльсгольц Л.Э.	Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: Учебник для физ. спец. ун-тов.	М.: Наука, 1969. - 424 с.
13	Эльсгольц Л.Э.	Вариационное исчисление: учебник для физических и физико-математических факультетов университетов	М.: URSS, 2008. - 205 с.

## 8.2.Ресурсы ЭБС

1. Белов, Ю. Я. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Я. Белов, Р. В. Сорокин, И. В. Фроленков. - Красноярск: СФУ, 2012. - 172 с. - ISBN 978-5-7638-2499-5. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/491959> (дата обращения: 23.09.2020). - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

2. Алексеев В.М. Оптимальное управление. - М.: Физматлит, 2005.//<http://eqworld.ipmnet.ru/library/mathematics/calculus.htm>

3. Кузнецов Ю.А., Семенов А.И. Избранные главы вариационного исчисления.. Электронное учебно-методическое пособие. –Нижний Новгород:Нижегородский

4. Государственный Университет им. Н.И. Лобачевского, 2012//[www.unn.ru/books/met\\_files/Kuznetzov\\_Semenov.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Kuznetzov_Semenov.pdf)

5. Андреева Е.А.. Вариационное исчисление и методы оптимизации М.: Высшая школа, 2006// [biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://univertv.ru/video/matematika/> Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Образовательные фильмы на различные темы. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах. Научная конференция или научно-популярная лекция по интересующему вас вопросу.

2. <http://elibrary.ru> Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. Крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн научных статей и публикаций. На платформе eLIBRARY.RU доступны электронные версии более 1400 российских научно-технических журналов, в том числе более 500 журналов в открытом доступе.

3. <http://www.iqlib.ru/> Электронная библиотека IQlib образовательных и просветительских изданий. Образовательный ресурс, объединяющий в себе интернет-библиотеку и пользовательские сервисы для полноценной работы с библиотечными фондами. Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям. Аудитория электронной библиотеки IQlib - студенты, преподаватели учебных заведений, научные сотрудники и все те, кто хочет повысить свой уровень знаний.

4. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm> EqWorld - мир математических уравнений.

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека. Электронная библиотека содержит DjVu- и PDF-файлы учебников, учебных пособий, сборников задач и упражнений, конспектов лекций, монографий, справочников и диссертаций по математике, механике и физике. Все материалы присланы авторами и читателями или взяты из Интернета (из www архивов открытого доступа). Основной фонд библиотеки составляют книги, издававшиеся тридцать и более лет назад.

5. <http://eqworld.ipmnet.ru/library/mathematics/calculus.htm> Учебно – образовательная физико-математическая библиотека, содержащая DjVu- и PDF – файлы учебников по теме: Методы оптимизации

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью справочников с выписыванием в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом Решение задач.
Контрольная работа/ индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Решение задач.
Самостоятельная работа	Проработка учебного материала занятий лекционного и семинарского типа. Изучение нового материала до его изложения на занятиях. Поиск, изучение и презентация информации по заданной теме, анализ научных источников. Самостоятельное изучение отдельных вопросов тем дисциплины, не рассматриваемых на занятиях лекционного и семинарского типа. Подготовка к текущему контролю, к промежуточной аттестации.
Коллоквиум	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Краевые задачи и вариационное исчисление» предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем курса, определенных программой. Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются:

- подготовка к лекционным занятиям: проработка конспектов лекций и выделение непонятных вопросов;
- подготовка к практическим занятиям: выполнение домашних заданий, решение задач;
- самоподготовка по вопросам;
- подготовка к зачету и экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является изучение учебной литературы. Основная функция учебников - ориентировать студента в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. В процессе изучения данной дисциплины учитывается посещаемость лекций, оценивается активность студентов на практических занятиях, а также качество и своевременность подготовки теоретических материалов, докладов. По окончании изучения дисциплины проводится экзамен по предложенным вопросам и заданиям.

Вопросы, выносимые на экзамен, должны служить постоянными ориентирами при организации самостоятельной работы студента. Таким образом, усвоение учебного предмета в процессе самостоятельного изучения учебной и научной литературы является и подготовкой к экзамену, а сам экзамен становится формой проверки качества всего процесса учебной деятельности студента.

Студент, показавший высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками по предложенному вопросу, считается успешно освоившим учебный курс. В случае большого количества затруднений при раскрытии предложенного на экзамене вопроса студенту предлагается повторная сдача в установленном порядке.

Для успешного овладения курсом необходимо выполнять следующие требования:

- 1) посещать все занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и теоретического овладения пропущенного недостаточно для качественного усвоения;
- 2) все рассматриваемые на практических занятиях темы, решаемые задачи и примеры обязательно записывать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 3) обязательно выполнять все домашние задания;
- 4) проявлять активность на занятиях и при подготовке, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому студенту;
- 5) в случаях пропуска занятий, по каким-либо причинам, обязательно «отрабатывать» пропущенное занятие преподавателю во время индивидуальных консультаций.

### **9.1 Методические рекомендации по освоению лекционного материала, подготовке к лекциям**

Лекция - ведущая форма организации учебного процесса в вузе. Половину аудиторных занятий по курсу «Краевые задачи и вариационное исчисление» составляют лекции, поэтому умение работать на них - насущная необходимость студента. Принято выделять три этапа этой работы. Первый - предварительная подготовка к восприятию, в которую входит просмотр записей предыдущей лекции, ознакомление с соответствующим разделом программы и предварительный просмотр учебника по теме предстоящей лекции, создание целевой установки на прослушивание.

Второй - прослушивание и запись, предполагающие внимательное слушание, анализ излагаемого, выделение главного, соотношение с ранее изученным материалом, краткую запись, уточнение непонятного или противоречиво изложенного материала путем вопросов лектору. Запись следует делать либо на отдельных пронумерованных листах, либо в тетради. Обязательно надо оставлять поля для методических пометок, дополнений. Пункты планов, формулировки правил, понятий следует выделять из общего текста. Целесообразно пользоваться системой сокращений наиболее часто



употребляемых терминов, а также использовать цветовую разметку записанного при помощи фломастеров.

Третий - доработка лекции: чтение и правка записей, параллельное изучение учебника, дополнение выписками из рекомендованной литературы, заучивание основных определений, теорем и их доказательств.

## 9.2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Целями освоения дисциплины (модуля) «Краевые задачи и вариационное исчисление» являются вооружение студентов знанием актуальные проблем алгебры.

При подготовке студентов к практическим занятиям по курсу необходимо не только знакомить студентов с теориями и методами практики, но и стремиться отрабатывать на практике необходимые навыки и умения решения задач.

Практическое занятие - это активная форма учебного процесса в вузе, направленная на умение студентов переработать учебный текст, обобщить материал, развить критичность мышления, отработать практические навыки в решении задач.

В рамках курса «Краевые задачи и вариационное исчисление» практические занятия включают разбор отдельных вопросов, теорем и их доказательств, решение задач.

## 10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

### 10.1. Общесистемные требования

*Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»*

<http://kchgu.ru> - адрес официального сайта университета

<https://do.kchgu.ru> - электронная информационно-образовательная среда КЧГУ

*Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)*

Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 915 от 12.05.2023.	с 12.05.2023 г по 15.05.2024 г.
Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № СЭБ НВ-294 от 1 декабря 2020 года.	Бессрочный
Электронная библиотека КЧГУ (Э.Б.). Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1). Электронный адрес: <a href="https://kchgu.ru/biblioteka-kchgu/">https://kchgu.ru/biblioteka-kchgu/</a>	Бессрочный
Электронно-библиотечные системы: Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU» - <a href="https://www.elibrary.ru">https://www.elibrary.ru</a> . Лицензионное соглашение №15646 от 01.08.2014г. Бесплатно. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – <a href="https://rusneb.ru">https://rusneb.ru</a> . Договор №101/НЭБ/1391 от 22.03.2016г. Бесплатно. Электронный ресурс «Polred.com Обзор СМИ» – <a href="https://polpred.com">https://polpred.com</a> . Соглашение. Бесплатно.	Бессрочно

## 10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в аудиториях:

1. Учебная аудитория №21 для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, лабораторных работ и курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья, стол преподавателя, доска маркерная.

*Технические средства обучения:* 10 персональных компьютеров с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета, переносной проектор.

*Лицензионное программное обеспечение:*

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Антивирус Касперского (Договор №56/2023 от 25.01.2023 г.) Действует до 03.03.2025 г.
- пакет приложений для объектно-ориентированного программирования Embarcadero (Item Number: 2013123054325206. Срок действия лицензии: бессрочная);
- пакет визуального редактирования растровых изображений GIMP (Лицензия № GNU GPLv3. Срок действия лицензии: бессрочная);
- образовательная подписка Google G Suite for Education (видеоконференции, дневник, календарь, диск и прочее). (Срок действия лицензии: бессрочная);
- пакет математического моделирования Mathcad (Contract Number (SCN) 4A1913127. Срок действия лицензии: бессрочная);
- подписка на программные продукты Microsoft «Azure Dev Tools for Teaching» (Идентификатор подписчика: ICM-166172). С 2019 г. по 2021 г.;
- система поиска заимствований в текстах «Антиплагиат ВУЗ» (Договор № 3262 от 20.01.2021 г.);
- Информационно-правовая система «Инофрмио» (Договор № НК 1017 от 20.01.2021 г.);
- пакет визуального 3D-моделирования Blender (Лицензия № GNU GPL v3. Срок действия лицензии: бессрочная);
- векторный графический редактор Inkscape (Лицензия № GNU GPL v3. Срок действия лицензии: бессрочная);
- программный комплекс для верстки Scribus (Лицензия № GNU GPL v3. Срок действия лицензии: бессрочная);
- Autodesk AutoCAD (Лицензия № 5X6-30X999XX. Бессрочная образовательная (академическая) лицензия);
- Autodesk 3DS Max (Лицензия № 5X5-93X928XX. Бессрочная образовательная (академическая) лицензия);
- Autodesk Revit (Лицензия № 5X6-03X109XX. Бессрочная образовательная (академическая) лицензия).

2. Учебная аудитория №30 для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, занятий по практикам, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации и ГИА.

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья, стол преподавателя, доска меловая, таблицы.

*Технические средства обучения:* ноутбук с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета, звуковые колонки, проектор.

*Лицензионное программное обеспечение:*

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная

- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Антивирус Касперского (Договор №56/2023 от 25.01.2023 г.) Действует до 03.03.2025 г.

Рабочие места для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

1. Аудитория для самостоятельной работы студентов.

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья

*Технические средства обучения:* ноутбуки в количестве 3 шт. с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

*Лицензионное программное обеспечение:*

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784. Срок действия лицензии: бессрочная);

Microsoft Office (Лицензия № 60127446. Срок действия лицензии: бессрочная);

Антивирус Касперского (Договор №56/2023 от 25.01.2023 г.) Действует до 03.03.2025 г.

(369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29, учебно-лабораторный корпус, ауд. 507)

2. Научный зал, 20 мест, 10 компьютеров

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья.

*Технические средства обучения:*

персональные компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

*Лицензионное программное обеспечение:*

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784, бессрочная),

Microsoft Office (Лицензия № 60127446, бессрочная),

Антивирус Касперского (Договор №56/2023 от 25.01.2023 г.) Действует до 03.03.2025 г.

(369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебно-лабораторный корпус, каб.101)

3. Читальный зал, 80 мест, 10 компьютеров.

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья.

*Технические средства обучения:*

Дисплей Брайля ALVA с программой экранного увеличителя MAGic Pro;

стационарный видеозумитель Clear View с монитором;

2 компьютерных роллера USB&PS/2; клавиатура с накладкой (ДЦП);

акустическая система свободного звукового поля Front Row to Go/\$;

персональные компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

*Лицензионное программное обеспечение:*

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784, бессрочная),

Microsoft Office (Лицензия № 60127446, бессрочная),

Антивирус Касперского (Договор №56/2023 от 25.01.2023 г.) Действует до 03.03.2025 г.

(369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебно-лабораторный корпус, каб.102а).

### ***10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения***

1. Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
2. Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
3. ABBY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
4. Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
5. Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
6. Антивирус Касперского (Договор №56/2023 от 25.01.2023 г.) Действует до 03.03.2025 г.

### ***10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы***

#### **Современные профессиональные базы данных**

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir  
<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.

#### **Информационные справочные системы**

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
2. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

## **11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В группах, в состав которых входят студенты с ОВЗ, в процессе проведения учебных занятий создается гибкая, вариативная организационно-методическая система обучения, адекватная образовательным потребностям данной категории обучающихся, которая позволяет не только обеспечить преемственность систем общего (инклюзивного) и высшего образования, но и будет способствовать формированию у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО, ускорит темпы профессионального становления, а также будет способствовать их социальной адаптации.

В процессе преподавания учебной дисциплины создается на каждом занятии толерантная социокультурная среда, необходимая для формирования у всех обучающихся гражданской, правовой и профессиональной позиции соучастия, готовности к полноценному общению, сотрудничеству, способности толерантно воспринимать социальные, личностные и культурные различия, в том числе и характерные для обучающихся с ОВЗ.

Посредством совместной, индивидуальной и групповой работы формируется у всех обучающихся активная жизненная позиция и развитие способности жить в мире разных людей и идей, а также обеспечивается соблюдение обучающимися их прав и свобод и признание права другого человека, в том числе и обучающихся с ОВЗ на такие же права.

В группах, в состав которых входят обучающиеся с ОВЗ, в процессе учебных занятий используются технологии, направленные на диагностику уровня и темпов

профессионального становления обучающихся с ОВЗ, а также технологии мониторинга степени успешности формирования у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО при изучении данной учебной дисциплины, используя с этой целью специальные оценочные материалы и формы проведения промежуточной и итоговой аттестации, специальные технические средства, предоставляя обучающимся с ОВЗ дополнительное время для подготовки ответов, привлекая тьютеров).

Материально-техническая база для реализации программы:

1.Мультимедийные средства:

- интерактивные доски «Smart Board», «Toshiba»;
- экраны проекционные на штативе 280\*120;
- мультимедиа-проекторы Epson, Benq, Mitsubishi, Aser;

2.Презентационное оборудование:

- радиосистемы AKG, Shure, Quik;
- видеоконфиденциальные комплекты Microsoft, Logitech;
- микрофоны беспроводные;
- класс компьютерный мультимедийный на 21 мест;
- ноутбуки Aser, Toshiba, Asus, HP;

Наличие компьютерной техники и специального программного обеспечения: имеются рабочие места, оборудованные рельефно-точечными клавиатурами (шрифт Брайля), программное обеспечение NVDA с функцией синтезатора речи, видеоувеличителем, клавиатурой для лиц с ДЦП, роллером Распределение специализированного оборудования.

## 12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения	Дата введения изменений
Включить в РПД договор на электронно-библиотечную систему «Лань». (Договор № сзб нв – 294 от 1 декабря 2020г.). Бессрочный.		03.12.2020 г., протокол № 2	03.12.2020г.
Обновлены указанные в РПД и РПП, программах ГИА договоры: 1. на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система «Знаниум», договор № 5184 эбс от 25марта 2021г. (срок действия с 30 марта 2021г. по 30 марта 2022г); 2. на лицензионное программное обеспечение –Kaspersky Endpoint Secunity (лицензия № 280E2102100934034202061), с 10.02.2021 по 03.03.2023 г.		31.03.2021г., протокол № 6	31.03.2021г.
Обновлен договор на предоставление доступа к Электронно-библиотечной системе ООО «Знаниум». Договор №179 ЭБС от 22.03.2022 г. (срок действия с 30.03.2022г. до 30.03.2023г.)		30.03.2022г., протокол№10	30.03.2022г.
Обновлены договоры: 1) Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025 г. (Договор №56/2023 от 25 января 2023 г.); 2) Договор №915 эбс ООО «Знаниум» от 12.05.2023 г. Действует до 15.05.2024 г.		29.06.2023 г., протокол №8	